Sistemas de numeración

- Un número “N” se representa en base “b” como “...$d_7\ d_6\ d_5\ d_4\ d_3\ d_2\ d_1\ d_0$”, donde “$d_i$” son los dígitos.

$$N = \ldots d_7 b^7 + d_6 b^6 + d_5 b^5 + d_4 b^4 + d_3 b^3 + d_2 b^2 + d_1 b^1 + d_0$$

Table 2-1
Binary, decimal, octal, and hexadecimal numbers.

Binary	Decimal	Octal	3-Bit String	Hexadecimal	4-Bit String
0	0	0	000	0	0000
1	1	1	001	1	0001
10	2	2	010	2	0010
11	3	3	011	3	0011
100	4	4	100	4	0100
101	5	5	101	5	0101
110	6	6	110	6	0110
111	7	7	111	7	0111
1000	8	10	—	8	1000
1001	9	11	—	9	1001
1010	10	12	—	A	1010
1011	11	13	—	B	1011
1100	12	14	—	C	1100
1101	13	15	—	D	1101
1110	14	16	—	E	1110
1111	15	17	—	F	1111

- d_0 LSB o bit menos significativo
- d_3 MSB o bit más significativo

Conversión entre las bases más comunes

Table 2-2 Conversion methods for common radices.

Conversion	Method	Example
Binary to		
Octal	Substitution	$10111011001_2 = 10\ 111\ 011\ 001_2 = 2731_8$
Hexadecimal	Substitution	$10111011001_2 = 101\ 1101\ 1001_2 = 5D9_{16}$
Decimal	Summation	$10111011001_2 = 1 \cdot 1024 + 0 \cdot 512 + 1 \cdot 256 + 1 \cdot 128 + 1 \cdot 64 + 0 \cdot 32 + 1 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 1497_{10}$
Octal to		
Binary	Substitution	$1234_8 = 001\ 010\ 011\ 100_2$
Hexadecimal	Substitution	$1234_8 = 001\ 010\ 011\ 100_2 = 0010\ 1001\ 1100_2 = 29C_{16}$
Decimal	Summation	$1234_8 = 1 \cdot 512 + 2 \cdot 64 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 1 = 668_{10}$
Hexadecimal to		
Binary	Substitution	$C0DE_{16} = 1100\ 0000\ 1101\ 1110_2$
Octal	Substitution	$C0DE_{16} = 1100\ 0000\ 1101\ 1110_2 = 1\ 100\ 000\ 011\ 011\ 110_2 = 140336_8$
Decimal	Summation	$C0DE_{16} = 12 \cdot 4096 + 0 \cdot 256 + 13 \cdot 16 + 14 \cdot 1 = 49374_{10}$
Decimal to		
Binary	Division	$108_{10} \div 2 = 54$ remainder 0 (LSB) $\div 2 = 27$ remainder 0 $\div 2 = 13$ remainder 1 $\div 2 = 6$ remainder 1 $\div 2 = 3$ remainder 0 $\div 2 = 1$ remainder 1 $\div 2 = 0$ remainder 1 (MSB) $108_{10} = 1101100_2$
Octal	Division	$108_{10} \div 8 = 13$ remainder 4 (least significant digit) $\div 8 = 1$ remainder 5 $\div 8 = 0$ remainder 1 (most significant digit) $108_{10} = 154_8$
Hexadecimal	Division	$108_{10} \div 16 = 6$ remainder 12 (least significant digit) $\div 16 = 0$ remainder 6 (most significant digit) $108_{10} = 6C_{16}$

Suma y resta binarios

- Suma

				1	1	1	1			
X	190		1	0	1	1	1	1	1	0
Y	+ 141	+	1	0	0	0	1	1	0	1
$X + Y$	331	1	0	1	0	0	1	0	1	1

				1		1	1			
X	173		1	0	1	0	1	1	0	1
Y	+ 44	+	0	0	1	0	1	1	0	0
$X + Y$	217		1	1	0	1	1	0	0	1

- Resta (poco utilizada)

Must borrow 1, yielding the new subtraction 10 – 1 = 1

After the first borrow, the new subtraction for this column is 0 – 1, so we must borrow again.

The borrow ripples through three columns to reach a borrowable 1, i.e.,
100 = 011 (the modified bits)
+ 1 (the borrow)

					0	10	1	1	10	10	
minuend	X	229		1	$\cancel{1}$	$\cancel{1}$	$\cancel{0}$	$\cancel{0}$	$\cancel{1}$	0	1
subtrahend	Y	– 46	–	0	0	1	0	1	1	1	0
difference	$X - Y$	183		1	0	1	1	0	1	1	1

			0	10	10	0	1	10	0	10
X	210		$\cancel{1}$	$\cancel{1}$	0	$\cancel{1}$	$\cancel{0}$	0	$\cancel{1}$	0
Y	– 109	–	0	1	1	0	1	1	0	1
$X - Y$	101		0	1	1	0	0	1	0	1

REPRESENTACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

- Binario puro (sin signo)

2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

- Módulo y signo

S	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

- Complemento a 1:
  - Los números positivos igual que en binario puro (MSB =0)
  - Los números negativos invierten todos sus bits (MSB = 1)
- Complemento a 2:
  - Se forma el complemento a 1 del número
  - Se le suma 1
  - Tambien va a coincidir que el MSB es 0 para los números positivos y 1 para los negativos
- Exceso Z
  - Se obtiene sumando Z al número en binario puro
  - El código exceso 2^(n−1) es igual que el complemento a 2 pero invirtiendo el MSB

Ejemplo de representación

- Ejemplo de varias representaciones con cuatro bits

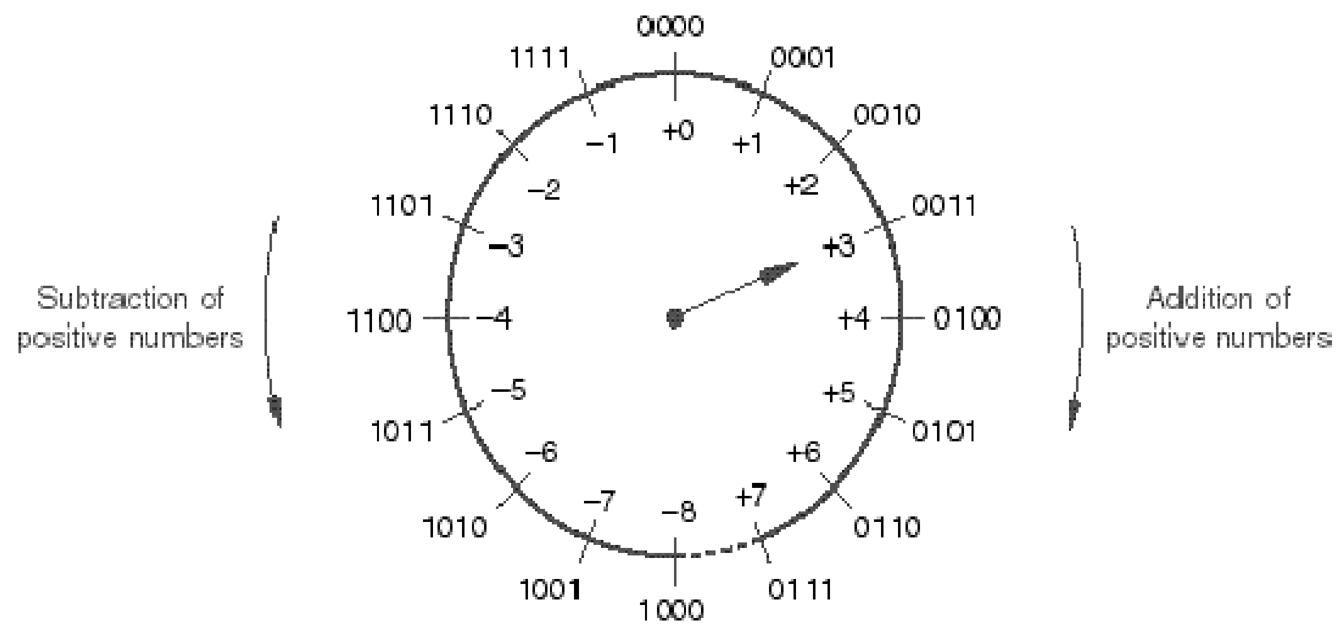
Table 2-6 Decimal and 4-bit numbers.

Decimal	*Two's Complement*	*Ones' Complement*	*Signed Magnitude*	*Excess 2^{m-1}*
−8	1000	—	—	0000
−7	1001	1000	1111	0001
−6	1010	1001	1110	0010
−5	1011	1010	1101	0011
−4	1100	1011	1100	0100
−3	1101	1100	1011	0101
−2	1110	1101	1010	0110
−1	1111	1110	1001	0111
0	0000	1111 or 0000	1000 or 0000	1000
1	0001	0001	0001	1001
2	0010	0010	0010	1010
3	0011	0011	0011	1011
4	0100	0100	0100	1100
5	0101	0101	0101	1101
6	0110	0110	0110	1110
7	0111	0111	0111	1111

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

Suma y resta en complemento a dos

- Suma normal, no diferenciándose los negativos
- Resta, como una suma pero complementando a dos el sustraendo x-y = x+ (-y)
- En ambos casos hay que tener cuidado con el desbordamiento u “overflow”



Multiplicación binaria

- El producto S tiene un número de bits igual a la suma de los del multiplicando “a” y el multiplicador “b”. Ejemplo $S(S_7..S_0) = A(A_3..A_0)*B(B_3..B_0)$

$$
\begin{array}{cccccccc}
 & & & & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \\
 & & & * & b_3 & b_2 & b_1 & b_0 \\
\hline
 & & & & b_0a_3 & b_0a_2 & b_0a_1 & b_0a_0 \\
 & & & b_1a_3 & b_1a_2 & b_1a_1 & b_1a_0 & \\
 & & b_2a_3 & b_2a_2 & b_2a_1 & b_2a_0 & & \\
 & b_3a_3 & b_3a_2 & b_3a_1 & b_3a_0 & & & \\
\hline
S_7 & S_6 & S_5 & S_4 & S_3 & S_2 & S_1 & S_0
\end{array}
$$

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

Códigos para números decimales

- Los más utilizados son BCD y 1-de-10 (para excitación de dispositivos externos como relés o LED)

Table 2-9 Decimal codes.

Decimal digit	BCD (8421)	2421	Excess-3	Biquinary	1-out-of-10
0	0000	0000	0011	0100001	1000000000
1	0001	0001	0100	0100010	0100000000
2	0010	0010	0101	0100100	0010000000
3	0011	0011	0110	0101000	0001000000
4	0100	0100	0111	0110000	0000100000
5	0101	1011	1000	1000001	0000010000
6	0110	1100	1001	1000010	0000001000
7	0111	1101	1010	1000100	0000000100
8	1000	1110	1011	1001000	0000000010
9	1001	1111	1100	1010000	0000000001
Unused code words					
	1010	0101	0000	0000000	0000000000
	1011	0110	0001	0000001	0000000011
	1100	0111	0010	0000010	0000000101
	1101	1000	1101	0000011	0000000110
	1110	1001	1110	0000101	0000000111
	1111	1010	1111	. . .	. . .

REPRESENTACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES EN COMA FIJA

- Formato:

2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}

Se puede utilizar:

- Representación en binario puro (sin signo)
- Representación en módulo y signo
- Representación en complemento a 1
- Representación en complemento a 2

- Problemas:

La suma de dos números puede provocar sobrepasamiento (overflow), al poder llegar hasta n+1 bits de longitud

La multiplicación de dos números puede llegar hasta 2n bits de longitud

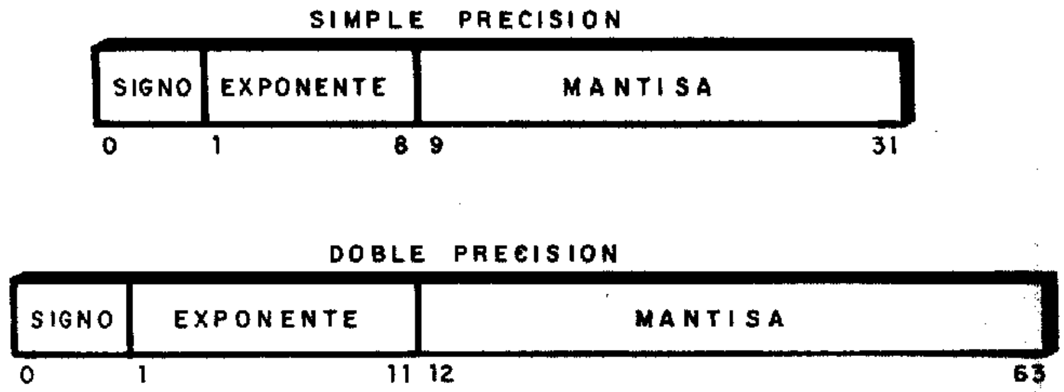
Si se quieren hacer cálculos con la máxima precisión es necesario ir cambiando la coma de posición en cada operación

No permite trabajar a la vez con números muy grandes y muy pequeños

REPRESENTACIÓN DE DECIMALES EN COMA FLOTANTE

Formato: $n^o = mantisa \cdot base^{exponente}$

ESTANDAR IEEE 754



Mantisa fraccionaria normalizada, sin ceros a la derecha Se representa sin signo y sin el primer bit que es siempre igual a 1.

La base utilizada es 2

El exponente se representa en exceso 127 para simple precisión y exceso 1023 para doble precisión

El cero se representa por E=0, M=0

Cuando el resultado no tiene sentido (error) se representapor E=255, M=0

Para representar números pequeños (cercanos a 0) se utiliza un formato no normalizado. Se indica con E=0, M distinto de 0. En ese caso el exponente será −126 y la mantisa será 0,M en vez de 1,M

Tabla de códigos ASCII

CÓDIGO		CARACTER	CÓDIGO		CARACTER	CÓDIGO		CARACTER	CÓDIGO		CARACTER	CÓDIGO		CARACTER
0	0h	NULL	29	1Dh	GS	58	3Ah	:	87	57h	W	116	74h	t
1	1h	SOH	30	1Eh	RS	59	3Bh	;	88	58h	X	117	75h	u
2	2h	STX	31	1Fh	US	60	3Ch	<	89	59h	Y	118	76h	v
3	3h	ETX	32	20h	SP	61	3Dh	=	90	5Ah	Z	119	77h	w
4	4h	EOT	33	21h	!	62	3Eh	>	91	5Bh	[	120	78h	x
5	5h	ENQ	34	22h	"	63	3Fh	?	92	5Ch	\	121	79h	y
6	6h	ACK	35	23h	#	64	40h	@	93	5Dh	]	122	7Ah	z
7	7h	BEL	36	24h	$	65	41h	A	94	5Eh	^	123	7Bh	{
8	8h	BS	37	25h	%	66	42h	B	95	5Fh	_	124	7Ch	|
9	9h	HT	38	26h	&	67	43h	C	96	60h	‘	125	7Dh	}
10	Ah	LF	39	27h	’	68	44h	D	97	61h	a	126	7Eh	~
11	Bh	VT	40	28h	(	69	45h	E	98	62h	b	127	7Fh	DEL
12	Ch	FF	41	29h	)	70	46h	F	99	63h	c			
13	Dh	CR	42	2Ah	*	71	47h	G	100	64h	d			
14	Eh	S0	43	2Bh	+	72	48h	H	101	65h	e			
15	Fh	S1	44	2Ch	,	73	49h	I	102	66h	f			
16	10h	DLE	45	2Dh	−	74	4Ah	J	103	67h	g			
17	11h	DC1	46	2Eh	.	75	4Bh	K	104	68h	h			
18	12h	DC2	47	2Fh	/	76	4Ch	L	105	69h	i			
19	13h	DC3	48	30h	0	77	4Dh	M	106	6Ah	j			
20	14h	DC4	49	31h	1	78	4Eh	N	107	6Bh	k			
21	15h	NAK	50	32h	2	79	4Fh	O	108	6Ch	l			
22	16h	SYN	51	33h	3	80	50h	P	109	6Dh	m			
23	17h	ETB	52	34h	4	81	51h	Q	110	6Eh	n			
24	18h	CAN	53	35h	5	82	52h	R	111	6Fh	o			
25	19h	EM	54	36h	6	83	53h	S	112	70h	p			
26	1Ah	SUB	55	37h	7	84	54h	T	113	71h	q			
27	1Bh	ESC	56	38h	8	85	55h	U	114	72h	r			
28	1Ch	FS	57	39h	9	86	56h	V	115	73h	s			